

Segundo parcial de Lógica

Grado en Matemáticas

13 de diciembre de 2017

1. (2 puntos) En la lógica de predicados define formalmente:

a) Interpretación y asignación.

b) La evaluación semántica (el valor de verdad) de las fórmulas **atómicas** dada una interpretación y una asignación. Puedes suponer ya definida la evaluación semántica de los términos.

2. (2 puntos) En la lógica de predicados formaliza las siguientes oraciones tomando como dominio el conjunto \mathbb{N} de los números naturales (no incluye el 0). Utiliza funciones para formalizar la suma y el producto de dos números. Utiliza una constante para formalizar el número 1. Utiliza siempre fórmulas cerradas.

a) Un número es compuesto si y sólo si es igual al producto de otros dos números ambos distintos de 1.

b) Un número es primo si y sólo si es distinto de 1 y no es compuesto.

c) Todo número compuesto es igual a la suma de tres números primos.

d) Ningún número es primo y compuesto a la vez.

e) No todo número es primo o compuesto.

3. (2 puntos) Demuestra la corrección del siguiente razonamiento usando el sistema de Gentzen. Puedes usar tanto reglas básicas como auxiliares.

$$\{\neg p \vee q, r \vee \neg s, p \vee s\} \vdash q \vee r$$

4. (2 puntos) Demuestra la corrección del siguiente razonamiento usando el sistema de Gentzen. Usa sólo reglas básicas.

$$\{\forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x) \wedge R(y)), \exists x P(x, x)\} \vdash \exists x (Q(x) \wedge R(x))$$

5. (2 puntos) Considera las siguientes fórmulas:

$$\varphi = \forall x \forall y (P(x) \vee Q(y) \rightarrow R(x, y))$$

$$\psi = \forall x \forall y (P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x, y))$$

¿Son equivalentes? Justifica adecuadamente tu respuesta.

6. (Extra: 2 puntos) Define por recursión una función que, dada una fórmula de la lógica de predicados, devuelva un 0 si la fórmula es abierta y un 1 si la fórmula es cerrada. En caso necesario puedes apoyarte en otra función para términos que también tendrás que definir por recursión.